மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம் - வடமாகாணம்
ஆறாம் தவணைப் பரீட்சை - 2024

இணைந்த கணிதம் - I

தரம் : 13(2024)

10	T	I

மூன்று மணித்தியாலம்

மேலதிக வாசிப்பு நேரம் 10 நிமிடங்கள்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) இணைந்தகணிதம்-I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		

இணைந்தகணிதம்-I	
இணைந்தகணிதம்-II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

Past Papers Wiki

பகுதி A

1. $a_1 = \frac{1}{2}$ எனவும் எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n}$ எனவும் கொள்வோம். **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி,** எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $a_n = \frac{n}{n+1}$ எனக் காட்டுக.

2. $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}|x+1|$ ஆகியவற்றின் பரும்படி வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. **இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக,** சமனிலி $x^2 < \frac{1}{2}|x+1|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க. சமனிலி $x^2 < \frac{1}{2}(|x|+1)$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் உய்த்தறிக.

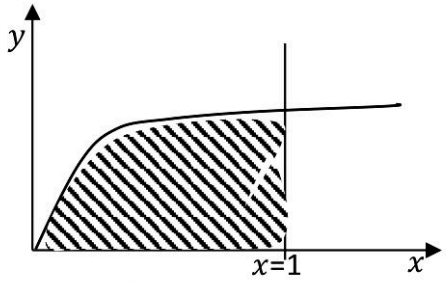
3. $|z-4| \leq 5$, $Re(z) + Im(\bar{z}) \geq -1$ ஆகிய சமலினிகளை திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள்z ஐ வகைக்குறிக்கும் புள்ளிகளை கொண்ட பிரதேசம்S ஐ ஓர் ஆகன் வரிப்படத்தில் குறிக்குக பிரதேசம் S இன் பரப்பளவைக் காண்க.

4. $(1-2x+ax^2)^4$ என்பதன் விரிவில் x^3 ஐ கொண்ட உறுப்பு இல்லை எனின் a ஐ காண்க.

PAST PAPERS WIKI

5. $\lim_{x\to 0} \frac{xtan2x-2xtanx}{(1-cos2x)^2} = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

6. $y = \frac{\sqrt{xe^x}}{1+x}, x \neq -1$ எனக்கொள்வோம்.



நிழற்றப்பட்ட பகுதி x அச்சுப்பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாக சுழற்றப்படும்போது பெறப்படும் திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

7. $0 < \theta < \pi$ இற்கு $x = 2\theta - sin2\theta, y = 2sin^2\theta$ ஆகியவற்றால் பரமான முறையால் தரப்படும் வளையி எனக் கொள்வோம்.

(i) $\frac{dy}{dx} = cot\theta$ எனக் காட்டுக.

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2}$ ஐ θ இல் கண்டு வளையி கீழ்முகமாக குவிவானது என உய்த்தறிக.

8. $2x + 3y + 1 = 0$, $3x - 2y + 5 = 0$ எனும் இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் யாதாயினும் ஓர் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $(2 + 3\lambda)x + (3 - 2\lambda)y + (1 + 5\lambda) = 0$ என வெளிப்படுத்தப்படலாம் எனக்காட்டுக. இங்கு λ - பரமானம். அந்நேர்கோடு $x + 2y = 0$ எனும் நேர்கோட்டை செங்குத்தாக இடைவெட்டுமாயின் λ இன் பெறுமானத்தைக்காண்க.

Past Papers Wiki

9. 2 அலகு ஆரையாகவும் உற்பத்தி O வை மையமாகவும் கொண்ட வட்டத்துக்கு வரையப்படும் மாறும் தொடலியானது x அச்சை A யிலும் y அச்சை B யிலும் இடைவெட்டுகிறது. O, A, B ஆகிய புள்ளிகளுக்கூடாக செல்லும் வட்டத்தின் மையத்தின் ஒழுக்கு $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=1$ எனக்காட்டுக.

10. a, b மெய் எண்களாயின் $\tan^{-1}\left(\frac{2a-b}{\sqrt{3}b}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{2b-a}{\sqrt{3}a}\right)=\frac{\pi}{3}$ எனக்காட்டுக .

இதிலிருந்து , $\tan^{-1}\left(\frac{7\sqrt{3}}{3}\right)-\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ என உய்த்தறிக.

பகுதி B

ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. a) x இலுள்ள இருபடிச் சமன்பாடு கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

$x^2 + kx + k^2 = 7x + k$

இங்கு k ஒரு மாறிலி ஆகும்.

மேலே தரப்பட்ட இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய்யானவை எனவும் அவற்றுக்கிடையிலான வித்தியாசத்தின் மிகக் குறைந்த பெறுமானம் 2 எனவும் காட்டுக.

α, β என்பன தரப்பட்ட இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்க. $\alpha + \beta, \alpha\beta$ ஆகியவற்றை k இல் காண்க.

$|\alpha - \beta| = 3$ ஆகுமாறுள்ள இருபடிச்சமன்பாட்டைக் காண்க.

b) $f(x) = x^3 + (p+1)x^2 - 18x + q$ என்க.

இங்கு p, q என்பன நிறைவெண்கள்.

$x - 4$ என்பது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி ஆகும்.

(i) $16p + q + 8 = 0$ எனக் காட்டுக.

$x + p$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனவும் $p > 0$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

(ii) $p^2 + 18p + q = 0$ எனக் காட்டுக.

(iii) p, q ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(iv) $f(x)$ ஐ முற்றாகக் காரணி செய்க.

12. a) $BOOKKEEPER$ என்ற சொல்லிலுள்ள எல்லா எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்து செய்யத்தக்க வரிசைமாற்றத்தைக் காண்க.

ஆத்துடன் அச் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களில் இருந்து தடவைக்கு நான்கு எழுத்துக்களை எடுத்து செய்யத்தக்க வரிசைமாற்த்தினையும் காண்க.

b) $r \in Z^+$ இற்கு $2r + 1 = A(r+1) + Br$ ஆகுமாறு மாறிலிகள் A, B ஐக் காண்க. $r \in Z^+$ இற்கு ஒரு தொடரின் பொது உறுப்பு $U_r = (-1)^{r+1}\frac{2r+1}{r(r+1)}$ எனத்தரப்பட்டுள்ளது மேலுள்ள முடிவினைப் பயன்படுத்தி $r \in Z^+$இற்கு$U_r = f(r) - f(r+1)$ ஆகமாறு $f(r)$ ஐக் காண்க. அதிலிருந்து அத் தொடரின் nஉறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $S_n = \sum_{r=1}^{n} U_r$ ஐக் கண்டு S_{n+1} ஐயும் எழுதுக n ஒற்றை நேர் நிறையெண்ணாக இருக்க $S_n . S_{n+1} = 1$ என உய்த்தறிக.

13.

a) $\lambda \in R$ ஆக இருக்க தாயம் A ஆனது $A = \begin{pmatrix} \lambda & -1 \\ 1 & \lambda + 1 \end{pmatrix}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. எப்பெறுமானத்திற்கும் A^{-1} உண்டு எனக்காட்டுக. A^{-1} ஐ எழுதுக. $B = \begin{pmatrix} 17 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ இங்கு $x_1, x_2 \in R$ ஆகும்

I. $AA^T = B$ ஆகுமாறு λ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

II. $\lambda = 4$ ஆகுமாறும்$\mu \in R$ ஆகவும் இருக்க $AX = \mu X$எனின் $x_1 = x_2 = 0$ எனக்காட்டுக.

b) $z = x + yi$, $x > 0, y > 0$என்க ஆகன் வரிப்படத்தில் புள்ளிP ஆனதுz ஐ குறிக்கிறது அதே வரிப்படத்தில்$\sqrt{3}iz$, $z + \sqrt{3}iz$, $z - \sqrt{3}iz$ என்பவற்றை Q, R, Sஎன்பன குறிப்பின் பெப்புள்ளிகளை ஆகன் வரிப்படத்தில் குறித்துக் காட்டுக.$arg(z) = \theta$ எனக் கொள்க.

i. Rகற்பனை அச்சில் இருப்பின் θ ஐ காண்க.

ii. z^2வகைகுறிக்கும் புள்ளி உற்பத்தி O , Rஎன்பன ஓரே நேர் கோட்டில் இருப்பின் $\theta = \frac{\pi}{3}$ எனக் காட்டுக.

iii. $\left|z + i\sqrt{3}z\right|^2 + \left|z - i\sqrt{3}z\right|^2 = 8|z|^2$எனக் காட்டுக.

c) $z_0 = \cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}$, $\omega = \cos\frac{3\pi}{14} + i\sin\frac{3\pi}{14}$எனக்கொள்க.தாய்மோவரின் தேற்றத்தை உபயோகித்து$z_1 = z_0\omega, z_2 = \omega{z_0}^3$, $z_3 = \omega z_0^9$ ஆகிய சிக்கலெண்களை$r(\cos\theta + i\sin\theta)$ என்னும் வடிவில் உணர்த்தி அவற்றை ஓர் ஆகன் வரிப்படத்தில் குறிக்குக.$arg\left(\frac{z_2 - z_1}{z_2 - z_3}\right) = \frac{3\pi}{7}$ எனக் காட்டுக.

14.a) $x \neq 1, -2$ இற்கு $f(x) = \frac{(x-2)}{(x-1)(x+2)}$ என்க.

$f(x)$ இன் பெறுதி $f^I(x)$ ஆனது $x \neq 1, -2$ இற்கு $f^I(x) = \frac{-x(x-4)}{(x-2)^2(x+2)^2}$இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.
இதிலிருந்து $f(x)$ அதிகரிக்கும் ஆயிடையையும் $f(x)$ குறையும் ஆயிடையையும் காண்க.
அணுகுகோடுகள் திரும்பற்கோடுகள் x அச்சை வெட்டும் புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக. $f(x)$ இன் வீச்சை எழுதுக.

b) சதுர வடிவான கடதாசித்தாளொன்றின் ஒரு பக்க நீளம் 0.6 m ஆகும். அதன் மூலைகளில் பக்க நீளம் x ஐ உடைய நான்கு சதுரங்கள் அகற்றப்படுகின்றது. அதன் ஓரங்கள் பொருத்தமான முறையில் மடித்து அடி சதுரமாக உடைய கனவுரு வடிவப்பெட்டி ஒன்று அமைக்கப்படுகின்றது. அதன் கனவளவு v எனின், v இற்கான ஒரு கோவையை x இல் எழுதுக.
பெட்டியின் கனவளவு உயர்வாக இருக்குமாறு x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

15. $k \in R$ எனக்கொள்வோம்

a) $I = \int_1^e \frac{1+\ln x}{x^k}\, dx$ எனக் கொள்வோம் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

I. $I = e$

II. $I = \frac{(1-2k)e^{1-k}}{(1-k)^2} + \frac{k}{(1-k)^2}$

b) $f(x) = (2x^2 - 1)\sin^{-1}(x) + x\sqrt{1 - x^2}$, $-1 \leq x \leq 1$ எனின் $f'(x)$ ஐக் கண்டு $\int_0^1 x\sin^{-1}(x)\, dx = \frac{\pi}{8}$ என உய்த்தறிக.

c)

I. $Sec^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \frac{2}{1+\sin x}$ என நிறுவுக.

II. $\int_0^\pi xf(\sin x)\, dx = \frac{\pi}{2}\int_0^\pi f(\sin x)\, dx$ என நிறுவி $\int_0^a f(x)\, dx = \int_0^\pi f(a-x)dx$ ஐயும். c யில் (i) இன் முடிவையும் பயன்படுத்தி $I = \int_0^\pi \frac{2x^3 - 3\pi x^2}{(1+\sin x)^2}\, dx = \left(\frac{-2\pi^3}{3}\right)$ எனக் காட்டுக

16. $l_1 = kx - y + 1 = 0$, இங்கு $k \in \mathbb{Z}^+$ $l_2 = x - 2y + 3 = 0$ என்க $l_1 = 0, l_2 = 0$ எனும் கோடுகள் அச்சுக்களை வெட்டும் புள்ளிகளினூடாக செல்லும் வட்டம் $S = 0$ இன் மையம், ஆரையினைக் காண்க. அத்துடன் k இன் பெறுமானத்தையும் காண்க. இக் k இன் பெறுமானத்துக்கு கோடுகள் $l_1 = 0, l_2 = 0$ இடைவெட்டும் புள்ளியை A என்க. A யினூடு அவ் வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடலியின் சமன்பாடு $5x + y = 0$ எனக்காட்டுக. $l_1 = 0$, $l_2 = 0$ என்பவை இடைவெட்டுவதால் அமைந்த கோண இருகூறாக்கிகளை காண்க.

அவற்றில் கூர்ங்கோண இருகூறாக்கியை உய்த்தறிக

$l_1 = 0, l_2 = 0$ இனை தொடலிகளாகவும், விரிகோண இருகூறாக்கியில் மையத்தைக்கொண்டதும், $\sqrt{5}$ அலகு ஆரையுடையதுமான இரு வட்டங்கள் உண்டு எனக்காட்டி அவற்றில் ஒன்றின் சமன்பாடு $s_1 = x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$ எனக்காட்டி மற்றைய வட்டம் S_2 வைக் காண்க. $P \equiv (-1, 1)$ Pயானது $s_1 = 0$ எனும் வட்டத்துக்கு வெளியே அமைந்தபுள்ளி எனக்காட்டுக. மேலும் Pயில் இருந்து $s_1 = 0$ இற்கு வரைந்த தொடலிகளின் சமன்பாடுகள் $x + y - 1 = 0, x - 2y + 3 = 0$ எனக்காட்டுக.

17. (a) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் **சைன் நெறி**யை எடுத்துரைக்க. P என்பது $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA = \varphi$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக ஒரு முக்கோணி ABC யினுள்ளே உள்ள ஒரு புள்ளியாகும் .

முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவு வழக்கமானகுறிப்பீட்டில் $\frac{abc}{2}\left[\frac{BP}{bc}+\frac{CP}{ac}+\frac{AP}{ab}\right]\sin\varphi$ என நிறுவுக.

$\frac{1}{Sin^2\varphi} = \frac{1}{Sin^2A} + \frac{1}{Sin^2B} + \frac{1}{Sin^2C}$ என்பதை உய்த்தறிக.

(b) $5Sin\theta + 12Cos\theta$ இனை $r.Sin(\theta + \alpha)$ எனும் வடிவில் எடுத்துரைக்க.

இங்கு, r, α என்பன துணியப்பட வேண்டியவை இதிலிருந்து ,

$5Sin\theta + 12Cos\theta + 2011 \leq 2024$ எனக் காட்டி ,

$5Sin\theta + 12Cos\theta + 2011$ இனது இழிவுப் பெறுமானம் காண்க.

(c) $Sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + Sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) = Sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right)$ எனக்காட்டுக .

மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்-வடமாகாணம்
ஆறாம் தவணைப் பரீட்சை-2024

இணைந்த கணிதம் - II

தரம் : 13 (2024) | **10 T II** | மூன்று மணித்தியாலம்
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் 10 நிமிடங்கள்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) இணைந்த கணிதம்-II		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		

இணைந்தகணிதம்-I	
இணைந்தகணிதம்-II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

பகுதி A

1. m, λm என்னும் திணிவுகளை உடைய இரு துணிக்கைகள் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது முறையே u, $\frac{2u}{3}$ என்னும் கதிகளில் ஒன்றையொன்று நோக்கி இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. மொத்தலுக்குப் பின்னர் துணிக்கைகள் $\frac{u}{2}$ என்னும் சம கதிகளில் எதிர்த்திசைகளில் இயங்குகின்றன எனத் தரப்பட்டுள்ளன. மீளமைவுக் குணகம் $\frac{3}{5}$ எனக் காட்டுக λ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

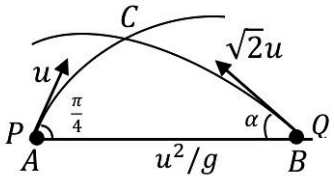
.....

.....

.....

.....

2. A, B என்பன கிடைத் தரையில் $\frac{u^2}{g}$ இடைத்தூரத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகளாகும். P, Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் A, B இருந்து முறையே $\frac{\pi}{4}$, α என்னும் ஏற்றக் கோணங்களில் $u, \sqrt{2}u$ என்னும் கதிகளில் ஒரே நேரத்தில் எறியப்படுகின்றன. அவை புள்ளி C இல் மோதுகின்றன. $\alpha = \frac{\pi}{6}$ எனக் காட்டி, மோத எடுக்கும் நேரத்தை u, g சார்பில் காண்க.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

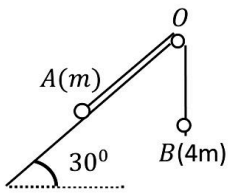
.....

.....

.....

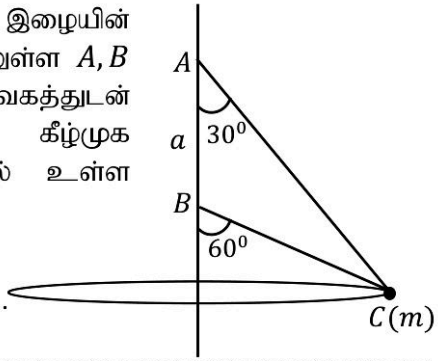
Past Papers Wiki

3. முறையே $m, 4m$ திணிவுகளை உடைய A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் ஒர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் நுனிகளுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையானது கிடையுடன் 30^0 இல் சாய்ந்துள்ள ஒரு கரடான சாய்தளத்தின் உச்சியில் பொருத்தப்பட்ட ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று படத்தில் காட்டியவாறு திணிவுகளைக் காவுகின்றது. ஆரம்பத்தில் திணிவு A ஆனது கப்பியிலிருந்து a தூரத்தில் ஓய்விலிருந்து அதியுயர் சாய்வுக்கோடு வழியே இயங்குமாறு விடப்படுகின்றது. பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில் A மீது பருமன் $\frac{3}{2}mg$ ஐ உடைய ஒரு மாறா உராய்வு விசை தாக்குகின்றது. A இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க. A ஆனது கப்பியை அடையும்போது அதன் கதியைக் காண்க.



4. 300 மெட்ரிக் தொன் திணிவுள்ள ஒரு புகையிரதம் ஒரு நேர்ச் சமதளப் புகையிரதப் பாதை வழியே மாறாக் கதி $15ms^{-1}$ உடன் இயங்கும் அதே வேளை இயக்கத்திற்கான தடை $50N/$ மெட்ரிக் தொன் ஆகும். புகையிரதத்தின் வலுவைக் கிலோவாற்றிற் காண்க. இப்போது 50 மெட்ரிக் தொன் திணிவுள்ள பிற்பக்கப் பெட்டி பிரிந்து செல்லும் அதே வேளை எஞ்சினின் உளுற்று விசை மாறாமல் இருக்கின்றது. புகையிரதத்தின் எஞ்சிய பகுதியின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

5. m திணிவுள்ள C என்னும் மோதிரம் கோர்க்கப்பட்ட இலேசான நீளா இழையின் முனைகள் ஒரு நிலைத்த நிலைக்குத்துக் கம்பியில் a இடைத்தூரத்திலுள்ள A, B என்னும் புள்ளிகளிற்குக் கட்டப்பட்டுள்ளன. C ஆனது ω கோணவேகத்துடன் கிடைவட்டத்தில் இயங்குகின்றது. அப்போது AC, BC என்பன கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் முறையே 30^0, 60^0 அமைக்கின்றன. இழையில் உள்ள இழுவை $\frac{2mg}{\sqrt{3}+1}$ எனவும் $\omega^2 = \frac{2g}{\sqrt{3}a}$ எனவும் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. O, A, B என்பன ஒரே நேர்கோட்டில் இல்லாத மூன்று புள்ளிகளாகும். புள்ளி A இனூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டில் BO இற்குச் சமாந்தரமாக $\overrightarrow{BO}$ இன் போக்கில் யாதாயினும் ஒரு புள்ளி C எனக் கொள்வோம். $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} - \lambda\overrightarrow{OB}$ என நிறுவுக; இங்கு λ ஒரு மாறிலியாகும். $\overrightarrow{OB} = \underset{\sim}{i} + \underset{\sim}{j}$, $\overrightarrow{OA} = 2\underset{\sim}{i} - \underset{\sim}{j}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. OB ஆனது OC இற்குச் செங்குத்தாக அமையுமாறு λ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. நீளம் l ஐ உடைய சீரான கோல் AB ஆனது அதன் மேல் முனை A ஓர் ஒப்பமான முளையில் படிந்தவாறும் A யின் மட்டத்திலுள்ள புள்ளி C இற்கு இணைத்த இழையொன்று மறுமுனை B யுடன் இணைக்கப்பட்டும் சமநிலையில் உள்ளது. சமநிலையில் கோல், இழை என்பன கிடையுடன் அமைக்கும் கோணங்கள் முறையே α, β எனின், $\tan\beta = 2\tan\alpha + \cot\alpha$ எனக் காட்டுக.

8. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு பொருளானது கரடான கிடைத் தரையில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இப்பொருளுக்கும் கிடைத்தரைக்கும் இடையேயான உராய்வுக் குணகம் μ ஆகும். இப்பொருளானது கிடையுடன் கோணம் θ சாய்ந்த பருமன் P ஐ உடைய விசையினால் இழுக்கப்பட எல்லை நாப்பத்தில் உள்ளது. $P = \frac{\mu mg}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$ எனக் காட்டி, P இன் இழிவுப் பெறுமானம் $\frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$ எனக் காட்டுக.

9. A, B என்பன Ω எனும் மாதிரிவெளியில் உள்ள யாதாயினும் இரு நிகழ்ச்சிகளாகும்.
$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A/B') = \frac{2}{3}$, $P(A/B) = \frac{3}{7}$ ஆகும். இங்கு B' என்பது B யின் நிரப்பு நிகழ்ச்சியாகும்.
(i) $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
(ii) A, B என்பன புறநீக்கும் நிகழ்ச்சிகளா? உமது விடைக்கான காரணம் தருக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. 7, a, b, 4, 4, 5, 5 என்னும் ஏழு நேர்நிறைவெண்களிற்கு ஓர் ஆகாரம் மட்டும் உள்ளது. மேலும் இவ் ஆகாரமானது இடைக்குச் சமனாகும். a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் கண்டு, ஏழு எண்களினதும் மாறற்றிறனைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

பகுதி B

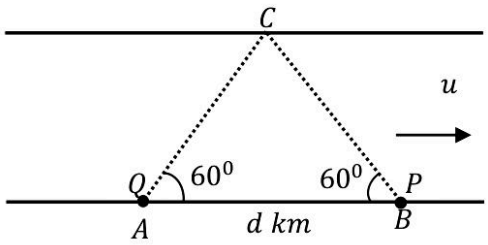
11. (a) $t = 0$ இல் ஒரு பலூன் புவி தொடர்பாக மாறா வேகம் u உடன் கிளம்புகின்றது. நேரம் $t = \frac{u}{g}$ இல் ஒரு துணிக்கை P ஆனது பலூனில் இருந்து மெதுவாக விழவிடப்படுகின்றது. நேரம் $t = \frac{2u}{g}$ இல் பலூனிலிருந்து வேறொரு துணிக்கை Q ஆனது பலூனில் இருந்து மெதுவாக விழவிடப்படுகின்றது.

(i) $t = 0$ இலிருந்து துணிக்கை Q ஆனது கணநிலை ஓய்வடையும் வரைக்கும் பலூன், துணிக்கை P, துணிக்கை Q ஆகியவற்றின் புவி தொடர்பான வேக-நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக.

(ii) $t = 0$ இலிருந்து துணிக்கை Q ஆனது கணநிலை ஓய்வடையும் வரைக்கும் P தொடர்பாக Q இன் வேக-நேர வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

(iii) துணிக்கை Q ஆனது கணநிலை ஓய்வடையும் போது துணிக்கைகள் P, Q ஆகியவற்றிற்கு இடையிலான தூரத்தைக் காண்க.

(b) சமாந்தரமான நேர்க் கரைகளை உடைய ஓர் ஆறு சீரான வேகம் u உடன் பாய்கின்றது. A, B என்பன ஆற்றின் ஒரு கரையில் $d\ km$ இடைத் தூரத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகளாகும். C என்பது ABC என்பது ஒரு சமபக்க



முக்கோணியாக அமையுமாறு ஆற்றின் மறுகரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியாகும். ஒரு சிறுவன் P, புள்ளி B இலிருந்து ஒரு நேர்கோட்டின் வழியே புள்ளி C இற்கும் வேறொரு சிறுவன் Q, P ஐ இடைமறிக்கும் நோக்கோடும் ஒரு நேர்கோட்டின் வழியேயும் நீந்துகின்றனர். நீர் தொடர்பாக சிறுவர்களின் கதிகள் ஒவ்வொன்றும் $v\ (> u)$ ஆகும்.

(i) சிறுவன் P, புள்ளி C ஐ அடைய எடுக்கும் நேரம் $\frac{2d}{\sqrt{4v^2-3u^2}-u}$ எனக் காட்டுக.

(ii) சிறுவன் Q இனால் சிறுவன் P ஐ இடைமறிக்க எடுக்கும் நேரம் $\frac{2d}{\sqrt{4v^2-3u^2}+3u}$ எனக் காட்டி, இடைமறிக்கும்போது P சென்ற தூரத்தையும் d, u, v சார்பில் காண்க.

12. (a) $2m$ திணிவும் α சாய்வும் உடைய ஓர் ஒப்பமான ஆப்பு, α சாய்வுடைய ஓர் ஒப்பமான சாய்தளம் ஒன்றில் ஆப்பின் மேன்முகம் கிடையாக இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று ஆப்பின் கிடை முகத்தில் சாய்தளத்திலிருந்து d கிடைத் தூரத்தில் வைக்கப்பட்டு தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது.

(i) ஆப்பின் ஆர்முடுகலின் பருமனைக் கண்டு, துணிக்கையின் ஆர்முடுகலின் பருமன் $\frac{3g\sin^2\alpha}{2+\sin^2\alpha}$ எனக் காட்டுக.

(ii) துணிக்கை சாய்தளத்தை அடைய எடுக்கும் நேரம் $\left(\frac{2d}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{\frac{2+\sin^2\alpha}{3\sin\alpha\cos\alpha}\right\}^{\frac{1}{2}}$ எனக் காட்டுக.

(iii) துணிக்கை சாய்தளத்தை அடையும்போது ஆப்பு நகர்ந்த தூரத்தை d, g, α சார்பில் காண்க.

(b) முறையே $m, 2m$ திணிவுகளை உடைய A, B என்னும் துணிக்கைகள் $l\left(l > \frac{\pi a}{2}\right)$ நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. மையம் O வையும் ஆரை a ஐயும் உடைய ஒப்பமான நிலைப்படுத்தப்பட்ட கோளத்தின் அதியுயர் புள்ளியில் A ஆனது ஓய்வில் பிடிக்கப்படும்போது B ஆனது சுயாதீனமாகத் தொங்குகின்றது. பின்னர் A அனது மெதுவாக விடப்படுகின்றது. நேரம் t இற்குப் பின்னர் OA அனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை அமைக்கும்போது துணிக்கை A ஆனது மேற்பரப்பில் இருக்கின்றதெனின், $\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{3a}(1 + 2\theta - \cos\theta)$ எனவும் இழையில் உள்ள இழுவை $\frac{2mg}{3}(1 - \sin\theta)$ எனவும் காட்டுக.

13. திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கை P ஆனது இயற்கை நீளம் a ஐ உடைய மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டு மறு முனை O எனும் நிலைத்த புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. சமநிலையில் இழையின் நிளம் $2a$ எனின் மீள்தன்மை மட்டு mg எனக் காட்டுக.

துணிக்கை P ஆனது O விற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே $\left(2 + \sqrt{5}\right)a$ தூரத்தில் ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகின்றது.

P இன் இயக்கச் சமன்பாடு $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக; இங்கு $OP = x$ ஆகும்.

$x - 2a = X$ என எழுதி, $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ எனக் காட்டுக; இங்கு $\omega^2 = \frac{g}{a}$.

மேற்குறித்த எளிய இசை இயக்கத்தின் மையத்தையும் சூத்திரம் $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ ஐப் பயன்படுத்தி வீச்சம் c ஐயும் இழை தளரும்போது துணிக்கை P இன் கதியையும் காண்க.

துணிக்கை O விற்கு மேலே a உயரம் வரை எழும்பும் எனக் காட்டி, அது முதல் தடவையாக அதன் ஆரம்பப் புள்ளிக்குத் திரும்பிவர எடுக்கும் நேரம், $2\sqrt{\frac{a}{g}}(\pi - \alpha + 2)$ எனக் காட்டுக; இங்கு $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ ஆகும்.

அதிதாழ் புள்ளியில் துணிக்கை P இருக்கும்போது இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க.

14. (a) $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன பூச்சயமல்லாதனவும் சமாந்தரமல்லாதனவுமான காவிகள் எனவும் $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ எனவும் கொள்வோம். $\lambda\underline{a} + \mu\underline{b} = \underline{0}$ எனின், $\lambda = 0$ எனவும் $\mu = 0$ எனவும் காட்டுக. ABC ஒரு முக்கோணி ஆகும். AB இன் நடுப்புள்ளி D ஆகும். CD ஐ புள்ளி E ஆனது $CE : ED = 2 : 1$ ஆகுமாறு பிரிக்கின்றது. BC, AE(நீட்டப்பட்ட) ஆகிய கோடுகள் F இல் சந்திக்கின்றன. $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{b}$ ஆகும். $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\left(\underline{a} + \underline{b}\right)$ எனக் காட்டுக. $\overrightarrow{AF} = \lambda\overrightarrow{AE}$,

Past Papers Wiki

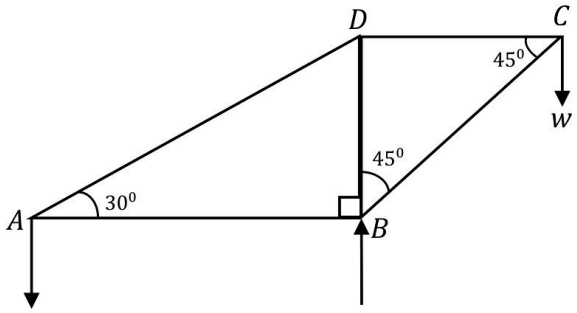
$\overrightarrow{CF} = \mu\,\overrightarrow{CB}$ ஆகுமாறு $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ஆகும். $\left(\frac{\lambda}{3} - \mu\right)\underline{a} + \left(\frac{\lambda}{3} + \mu - 1\right)\underline{b} = \underline{0}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, λ, μ ஐக் காண்க.

(b) $3\underline{i} + \sqrt{3}\underline{j}$, $-3\underline{i} + \sqrt{3}\underline{j}$, $-2\sqrt{3}\underline{j}$ என்னும் மூன்று விசைகள் முறையே $\underline{i} - \sqrt{3}\underline{j}$, $\underline{i} + \sqrt{3}\underline{j}$, $-2\underline{i}$ என்னும் தானக் காவிகளை உடைய புள்ளிகளில் தாக்குகின்றன. தொகுதி ஓர் இணைக்குச் சமவலுவுள்ளதெனக் காட்டி, இணையின் திருப்பத்தைக் காண்க. இப்போது $-\underline{i} - \sqrt{3}\underline{j}$ என்னும் தானக் காவியை உடைய புள்ளியில் $-3\underline{i} + 3\sqrt{3}\underline{j}$ என்னும் விசை மேலதிகமாகச் தொகுதியில் புகுத்தப்படுகின்றது. புதிய தொகுதி ஒடுங்கும் தனிவிசையின் பருமன், திசை, தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க.

15. (a) ஒவ்வொன்றும் நீளம் $2a$ யையும் நிறை W வையும் AB, BC, CD, DE, EA என்னும் ஐந்து சீர்க்கோல்கள் அவற்றின் முனைகளில் ஒருமிக்கச் சுயாதீனமாக மூட்டுவதன் மூலம் ஒரு ஒழுங்கான ஐங்கோணி ABCDE ஆக்கப்படுகிறது. கோல்கள் ED, DC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் ஓர் இலேசான கோலினால் இவ்வடிவம் பேணப்படுகிறது. ஐங்கோணியானது A இலும் B இலும் இணைக்கப்பட்ட இரு நிலைக்குத்து இழைகளினால் சமச்சீராகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. மூட்டு E இல் உள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடை, நிலைக்குத்துக் கூறுகளைக் காண்க. இலேசான கோலில் உள்ள உதைப்பு $\mathrm{W}\left(3\tan\frac{\pi}{10} + \cot\frac{\pi}{5}\right)$ எனக் காட்டுக.

(b) ஐந்து இலேசான கோல்களால் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்ட நிலைக்குத்தான சட்டப்படலை உரு காட்டுகின்றது. AB, DC கிடையாகவும் BD நிலைக்குத்தாகவும் உள்ளன. C இல் நிறை W தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. A, B இல் தாக்கும் இரு நிலைக்குத்து விசைகளால் சமநிலை பேணப்படுகின்றது. $D\hat{A}B = 30^0$, $D\hat{B}C = D\hat{C}B = 45^0$ ஆகும். தகைப்பு வரிப்படமொன்றை வரைக. **இதிலிருந்து,** எல்லாக் கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளைக் கண்டு அவை இழுவையா, உதைப்பா என வேறுபடுத்துக. மேலும் A, B இலுள்ள நிலைக்குத்து விசைகளையும் காண்க.



16. ஆரை a ஐ உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக் கோளத்தின் திணிவு மையத்தின் தானத்தைத் தொகையிடல் மூலம் காண்க.

ஆரை $2a$ ஐயும் உயரம் $\frac{3a}{2}$ ஐயும் கொண்ட சீரான திண்ம உருளையின் வட்டத் தளமுகம் ஒன்றின் மையம் O ஆகும். O ஐ மையமாகவும் ஆரை a ஐயும் கொண்ட திண்ம அரைக்கோளம் வெட்டி அகற்றப்படுகின்றது. எஞ்சிய திண்ம் S எனக் கொள்வோம்.

(i) O இலிருந்து S இன் திணிவு மையத் தூரம் $\frac{51a}{64}$ எனக் காட்டுக.

S இன் மற்றைய தளமுகம் கிடையுடன் θ கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள தளமொன்றில் வைக்கப்பட்டுள்ளது.

(ii) சாய்தளமானது வழுக்குதலைத் தடுப்பதற்கு போதிய கரடானது எனவும் $\theta = \alpha$ ஆக உள்ளபோது S ஆனது கவிழும் தறுவாயில் உள்ளது எனவும் தரப்படின், $\tan\alpha = \frac{128}{45}$ எனக் காட்டுக.

(iii) சாய்தளத்திற்கும் S இன் அடிமுகத்திற்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகம் 0.8 எனவும் $\theta = \beta$ ஆக உள்ளபோது கீழ்நோக்கி வழுக்கும் தறுவாயில் உள்ளது எனவும் தரப்படின் $\tan\beta$ ஐக் காண்க.

17. (a) A, B ஆகியன இரு சர்வசமனான பைகளாகும் பை A இல் 6 கறுப்புப் பந்துகளும் 4 வெள்ளைப் பந்துகளும் இருக்கும் அதே வேளை பை B இல் 8 கறுப்புப் பந்துகளும் 2 வெள்ளைப் பந்துகளும் உள்ளன. பந்துகள் அவற்றின் நிறங்கள் தவிர எல்லா அம்சங்களிலும் சர்வசமனானவை. இப்போது முகங்கள் மீது 1, 2, 3, 4, 5, 6 என புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்ட ஒரு கோடாத சதுரமுகித் தாயக் கட்டையொன்று மீண்டும் மீண்டும் எறியப்படுகின்றது. உயர்ந்தபட்சம் மூன்று எறிகைகளில் பெற்ற புள்ளிகளின் கூட்டுத்தொகை செப்பமாக ஆறாக இருக்கும் எனின் பை A தெரிந்தெடுக்கப்படுகிறது. இல்லையெனின் பை B தெரிந்தெடுக்கப்படுகிறது. பின்னர் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட பையிலிருந்து ஒரு பந்து எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது.

(i) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து கறுப்பு பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து கறுப்பு பந்தெனத் தரப்படுமெனின், இப்பந்து பை A இலிருந்து வெளியே எடுக்கப்பட்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) ஒரு குறித்த பரீட்சைக்குத் தோற்றிய 100 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் கூட்டமாக்கிய மீடிறன் பரம்பல் அருகில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

வகுப்பு	மீடிறன்
20-29	1
30-39	9
40-49	35
50-59	40
60-69	12
70-79	3

(i) உகந்த குறிமுறை ஒன்றைப் பயன்படுத்தி இப்பரம்பலின் இடை 50.7 எனவும் ஆகாரம் 51.02 எனவும் நியம விலகல் 9.46 எனவும் காட்டுக.

(ii) மேற்குறித்த பரம்பலில் இடம்பெற்ற ஒவ்வொரு புள்ளியும் உண்மைப் புள்ளியிலும் பார்க்க 3 இனால் கூடியதெனப் பின்னர் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. உண்மைப் பரம்பலின் இடை, ஆகாரம், நியம விலகல் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(iii) இன்னும் 50 மாணவர்களின் புள்ளிகளின் உண்மை இடையும் நியமவிலகலும் முறையே 58, 2.5 எனின், ஒன்று சேர்ந்த புள்ளிகளின் இடையையும் நியம விலகலையும் காண்க.

PAST PAPERS WiKi
WWW.PastPapers.WiKi

Downloaded From Past Papers WiKi - Sri Lanka's Largest Past Papers Library