සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / /All Rights Reserved]

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education M

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

க.பொ.த (உ.த) உதவிக் கருத்தரங்கு - 2022

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தை வினாத்தாளை வாசித்து வினாக்களைத் தெரிவு செய்வதற்கும், விடைகளை எழுதும்போது முன்னுரிமை அளிக்கும் வினாக்களை ஒழுங்குபடுத்திக்கொள்வதற்கும் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல் :

★ இவ்வினாத்தாள் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
பகுதி A (வினாக்கள் 1 – 10) மற்றும் **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 – 17)

★ **பகுதி A**
அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடை தருக. ஒவவொரு வினாவிற்கும் விடைகளை தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படின் எழுதும் தாள்களைப் பயன்படுத்துக.

★ **பகுதி B**
யாதாயினும் ஐந்து வினாக்களுக்கு விடை தருக. துரப்பட்டுள்ள தாள்களில் விடை எழுதுக.

★ உரிய நேரம் முடிவடைந்த பின்,பகுதி A இன் விடைத் தாள்களை பகுதி B இன் விடைத் தாள்களுக்கு மேலே இருக்குக்குமாறு இரு பகுதிகளையும் இணைத்து பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் ஒப்படைக்க.

★ இவ் வினாத்தாளின் **பகுதி – B** மட்டும் பரீடசை மண்டபத்துக்கு வெளியே எடுத்துச்செல்ல அனுமதிக்கப்படும;.

பரீட்சகரின் உபயோகத்துக்கு

இணைந்த கணிதம் 1

பகுதி	வினா இலக்கம்	புள்ளிகள்
A	**01**	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
B	**11**	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		
சதவீதம்		

	மொத்தம்
இலக்கத்தில்	
சொற்களில்	

	குறியீட்டு எண்
புள்ளியிடும் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்	1
	2
மேற்பார்வை செய்தவர்	

பகுதி A

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \epsilon \mathbb{Z}^+$ இற்கு

$\sum_{r=1}^{n} 6r(r-1) = 2n(n^2-1)$ என நிறுவுக.

2. ஒரே வரிப்படத்தில் $y = |2x-2| - x$, $y = 2\,|x-2| - 2x$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளை ஒரே Oxy தளத்தில் பரும்படியாக வரைக. இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக சமனிலி $|2x-4| - |2x-2| > x$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களின் தொடையைக் காண்க.

3. ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் $|z - 2 - 2i| \leq 1$, $Arg(Z - 4i) \geq -\frac{\pi}{4}$ ஐத் திருப்தியாக்கும் பிரதேசம் R இனை நிழற்றிக்காட்டுக. அதிலிருந்து அப்பிரதேசத்தினுள் $Im(Z)$ இன் இழிவுப்பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. $\left(\sqrt{3} + 11^{\frac{1}{5}}\right)^{10}$ இன் ஈருறுப்பு விரியில் உள்ள r+1 ஆம் உறுப்பு $T_{(r+1)}$ ஐ எழுதுக. இதிலிருந்து அவ்விரியில் விகிதமுறு உறுப்புகள் எல்லாவற்றினதும் கூட்டுத்தொகையை காண்க.

5. $\lim_{x \to \frac{\pi}{6}} \left\{ \frac{12 - 12\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}{(6x - \pi)^2} \right\}$ இனைக் காண்க.

6. $y = \sqrt{\ln|x|}$, $(x > 1 , x \epsilon \mathbb{R})$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$ ஆகிய வளையிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம், x அச்சைப்பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றப்படும்போது பிறப்பிக்கப்படும் கனவளவு $6\pi \ln(2)$ - 2π கன அலகு எனக் காட்டுக.

7. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ இனால் தரப்படும் அதிபரவளைவின் மீது θ பரமானமாகவுள்ள புள்ளி $P(3\sec\theta, 6\tan\theta)$ வடிவில் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

பரமானம் $\theta = \frac{\pi}{6}$ ஆகும் புள்ளியில் அப் பரவளையிக்கு வரையப்பட்ட செவ்வனின் சமன்பாடு $x + 4y = 10\sqrt{3}$ என நிறுவுக.

08. படித்திறன் m ஆகவுள்ள $l = 0$ நேர்கோட்டிற்கு உற்பத்தி O விலிருந்தான செங்குத்துத் தூரம் 1 அலகு ஆகும். l இற்கு அவ்வாறான இரு நிலைகள் உண்டு எனக் காட்டி, அவ் ஒவ்வொரு நிலைக்குமான l இன் சமன்பாட்டைத் தருக.

அவ் இரு கோடுகளையும் எதிர்ப்பக்கங்களாகவும் ஆள்கூற்று அச்சுக்கள் மூலைவிட்டங்களாகவும் அமையுமாறான சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $\left|\frac{2(m^2+1)}{m}\right|$ சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக

09. $y = mx + c$ கோட்டின் மீது மையம் அமைந்துள்ள $s \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + p = 0$ என்ற வட்டம் y-அச்சை தொடுவதோடு, x − அச்சினால் 8 அலகு நீளமுள்ள நாணொன்று வெட்டப்படுகிறது $g^2(1 - m^2) + 2gmc = 16 + c^2$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ஐப் பிரயோகித்து, $n \varepsilon \mathbb{Z}$ ஆகவிருக்க $\theta \neq n\pi$ இற்கு $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$ எனக் காட்டுக.

$\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta = \frac{5}{4}$ எனின் $\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta = \frac{-4}{5}$ ஆகும்

எனக் காட்டி $\sin\theta = -\frac{40}{41}$ என உய்த்தறிக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Part - B

Answer Only 5 Questions,

11' (a) $f(x) = x^2 + (2a-1)x + (a+1)$, $x\in\Re$ உம் a என்பது மெய் ஒருமையும் என்க. என்க. $(x+2a-1)$ என்பது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனின் a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

a இன் இப் பெறுமானத்துக்கு $f(x)$ ஐ எழுதி $f(x) = 0$ இன் மூலங்களைப் பெறுக. அதிலிருந்து p மெய் ஒருமையாக இருக்க $F(x) = f(p-2x), p\epsilon\mathbb{R}$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ள இருபடிக்கோவை $F(x)$ இனை எழுதுக.

எல்லா $p\epsilon\mathbb{R}$ இற்கும் $F(x) = 0$ இருபடிச்சமன்பாட்டிற்கு மெய்யான, வேறுவேறான மூலங்கள் உண்டு என நிறுவுக.

$p \neq 0$, $p \neq 3$ ஆகவிருக்க, $F(x) = 0$ இன் மூலங்களின் நிகர்மாற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாடு $G(x) = 0$ இனைக்காண்க. $F(x) = 0, G(x) = 0$என்பனவற்றின்தன்மைகாட்டிகள் ஒன்றே என மேலும் காட்டுக.

(b) $P(x) = x^4 - (1-\lambda)x^3 + \mu x + 2$ என்பதன் மூலம் தரப்படும் பல்லுறுப்பி $P(x)$ இனை $(x^2 - x - 2)$ இனால் வகுக்கும் போது மீதி $10(x+1)$ என நிறுவுக. அத்துடன் λ, μ ஐக் காண்க. அவ் λ, μ இன் பெறுமானங்களுக்கு $(x+1)$ என்பது $P(x)$ இன் ஒரு காரணி எனக் காட்டி, $P(x)$ இனை $P(x) \equiv (x-\alpha)(x^3-\beta)$ வடிவில் காட்டுக. இங்கு α, β துணியப்படவேண்டிய மாறிலிகள்.

12' (a). கீழே உள்ள அட்டவணையில் மூன்று தொழில்களுக்கு உரியதாகத் தெரிவு செய்த தொழில் வாண்மையாளர்களைக் கொண்ட குழுவொன்று தரப்பட்டுள்ளது.

தொழில்	ஆண்	பெண்
வைத்தியர்	3	1
தாதி	7	4
உதவியாளர்	5	5

இக் குழுவிலிருந்து 5 அங்கத்தவர் கொண்ட செயற்குழுவொன்றைத் தெரிவு செய்ய வேண்டியுள்ளது. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு வகையின் கீழ் நியமிக்கப்பட கூடிய வேறான செயற்குழுக்களின் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க.

i. எவ்வித வரையறையும் இல்லாத போது

ii. வைத்தியர், தாதி, உதவியாளர் ஆகிய மூன்று துறையினரும் பிரதிநிதித்துவம் செய்வதோடு வைத்தியர் துறையில் மட்டும் ஆண், பெண் இரு பிரிவினரின் பிரதிநிதித்துவம் தேவையாக உள்ளபோது

iii. வைத்தியர்கள் அனைவரதும் பிரதிநிதித்துவம் தேவையான போது

(b). $f(r) = \frac{2}{(2r-1)^2}$, $r \epsilon \mathbb{Z}^+$ எனக் கொள்வோம்.

$f(r) - f(r+1) = \frac{16r}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$ எனக் காட்டுக.

$\frac{1}{1^2.3^2} + \frac{2}{3^2 5^2} + \frac{3}{5^2 7^2} + \frac{4}{7^2 9^2} + \cdots$ ……… முடிவில் தொடரில் r ஆவது உறுப்பு U_r ஐ எழுதுக.

$V_n = \sum_{r=1}^{n} (U_r)$, $W_{2n} = \sum_{r=1}^{2n} (U_r)$ என வரையறுக்கப்படும் எனின் V_n , W_{2n} என்பவற்றைக் காண்க.

$W_{2n} - V_n$ என்பது ஒருங்குமா? உமது விடையை உறுதி செய்க.

13'(a). $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2p & p \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$A^T B = 8C$ எனின், p இன் பெறுமானத்தை காண்க. இங்கு p என்பது ஒருமையாகும்.

p இன் அப் பெறுமானத்துக்கு $B^T A$ ஐக் காண்க.

அதிலிருந்து $A^T B + B^T A$ என்பது ஓர் சமச்சீர்த் தாயம் என நிறுவுக.

$(A^T B)P = I$ ஆகுமாறு $P_{(2\times2)}$ என்ற ஒரு தாயம் உளதாக இருக்குமா?

இங்கு I என்பது வரிசை 2 ஆன சர்வசமன்பாட்டுத் தாயம். உமது விடையை உறுதி செய்க.

(b). Z என்பது ஒரு சிக்கல் எண்ணாக இருக்க $2 < |Z| \leq 6$ என்ற நிபந்தனையைத் திருப்திசெய்யும் பிரதேசம் R இனை ஆகண் தளத்தில் காட்டுக.

இப்போது Z_R என்பது பிரதேசம் R இல் அடங்கும் $Z_R = x + iy$, $x, y \epsilon \mathbb{R}$ என்ற சிக்கல் எண் என்க.

(i) $Z_0 = Z_R + \overline{Z}_R$ மூலம் தரப்படும் Z_0 ஐக் காண்க.

(ii) Z_R , Z_0 என்ற இரண்டு சிக்கல் எண்களும் பிரதேசம் R இல் அடங்குமாறு Z_R காணப்படமுடியுமான R' பிரதேசத்தை R பிரதேசத்தினுள் வேறாக்கிக் காட்டுக.

(iii) ω என்பது மேற்படி R' பிரதேசத்தில் அடங்குமாறும் $|\omega|$ என்பது உயர்வாக இருக்குமாறும் $Arg(\omega)$ என்பது இழிவாக இருக்குமாறும் முதலாம் கால்வட்டத்தில் அமைந்த சிக்கல் எண்ணாகும். ω இனை $x + iy$ வடிவில் எழுதுக.

(iv) இதிலிருந்து $\omega + \overline{\omega}$, $\omega - \overline{\omega}$ என்பவற்றைத் துணிந்து. த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $\left(|w+\overline{w}| + i|w-\overline{w}|\right)^{12} = 12^{12}$ எனக் காட்டுக.

14'(a) $y = f(x) \equiv \frac{3x+p}{(x+q)^2}, x \in \mathbb{R}$, p, q என்பன மெய் ஒருமைகளாகும்.

$x = 2$ என்பது $y = f(x)$ எனும் வளையியின் அணுகுகோடாகும். $y = f(x)$ இற்கு $x = \frac{4}{3}$ இல் ஒரு நிலைத்த புள்ளியும் உண்டு. p, q ஒருமைகளைத் துணிக.

$y = f(x)$ சார்பின் x குறித்த முதலாம் பெறுதியான $f'(x)$ ஆனது $f'(x) = \frac{4-3x}{(x-2)^2}$, $x \neq 2$ என்பதன் மூலம் தரப்படும் என நிறுவுக.

x - அச்சின் மீதுள்ள வெட்டுத் துண்டு, y- அச்சின் மீதுள்ள வெட்டுத்துண்டு, திரும்பல் புள்ளிகள், அணுகுகோடுகள் என்பவற்றைத் தெளிவாகக் காட்டி $y = f(x)$ சார்பின் பரும்படியான வரைபை வரைக.

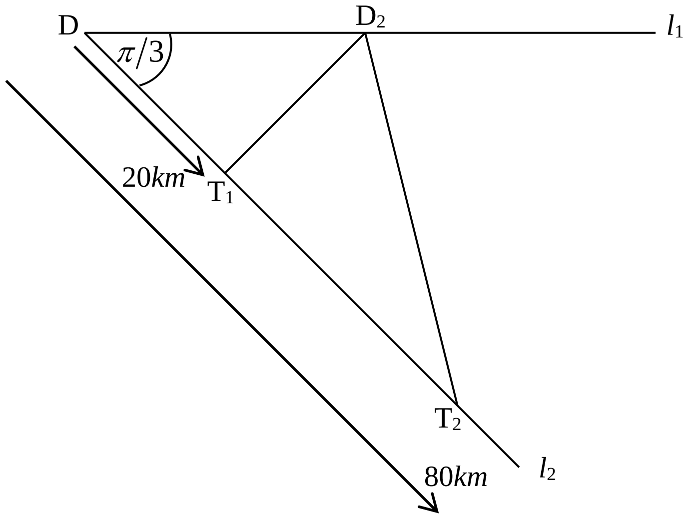
x குறித்து $y = f(x)$ இன் இரண்டாம் பெறுதியான $f''(x) = \frac{6(x-1)}{(x-2)^4}$, $x \neq 2$ எனத் தரப்பட்டுளளது.

அதிலிருந்து வளையி $y = f(x)$ மீதுள்ள விபத்திப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைத் துணிக.

(b). l_1 l_2 என்பன ஒன்றுடன் ஒன்று $\frac{\pi}{3}$ கோணத்தை ஆக்குமாறு, மட்டமான தரையில் நேர்கோட்டில் அமைக்கப்பட்டுள்ள உயர்வலு மின் கடத்தும் இரண்டு பாதைகளாகும். D_1 விநியோக நிலையத்திலிருந்து ஆரம்பிக்கும் இவ் இரண்டு பாதைகளில் l_2 மின் கடத்து பாதையில் இடையில் D_1 இலிருந்து முறையே 20km , 80km தூரத்தில் T_1, T_2 எனும் விநியோக மின் மாற்றிகள் (*Distribution Transformers*) அமைந்துள்ளன. $l1$ மின் கடத்தும் பாதையில் D_1 இலிருந்து xKm தூரத்தில் வேறொரு D_2 உப விநியோக நிலையமொன்று அமைக்கப்பட்டு D_2T_1, D_2T_2 என்ற இரண்டு நேர்கோட்டு மின் கம்பிகள் மூலம் T_1 , T_2 உடன் D_2 உப விநியோக நிலையம் இணைக்கப்படவேண்டியுள்ளது.

$D_2T_1 = \sqrt{x^2 - 20x + 400}\, km$ $D_2T_2 = \sqrt{x^2 - 80x + 6400}\, km$ எனப் பெறுக. இங்கு x இன் வீச்சையும் குறிப்பிடுக.

D_2T_1 , D_1T_2 மின் கம்பிகளின் மொத்த நீளம் இழிவாகும் வகையில் D_2 உப விநியோக நிலையத்தை l_2 இன் மீது அமைக்கக் கூடிய இடத்திற்கு D_1 இலிருந்து உள்ள தூரம் எவ்வளவு?



15' (a). $a>0$ ஆகவுள்ள $a \in \mathbb{R}$ இற்கு $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ என நிறுவுக.

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\mathrm{Sin}\,\theta\left(\mathrm{Sin}^2\theta - \mathrm{Cos}^2\theta\right)} \quad J = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\mathrm{Cos}\,\theta\left(\mathrm{Sin}^2\theta - \mathrm{Cos}^2\theta\right)}$$ என எடுக்க.

$I = -J$ எனக் காட்டுக.

அதிலிருந்து $\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\mathrm{Sin}\,\theta\,\mathrm{Cos}\,\theta\left(\mathrm{Sin}\,\theta - \mathrm{Cos}\,\theta\right)}$ இனை மதிப்பிடுக.

(b). $x^2 = (Ax+B)(1+x)^2 + C(1+x^2)(1+x) + D(1+x^2)$ ஆகுமாறு A,B,C ஒருமைகளைத் துணிந்து,

$x^2 = \frac{1}{2}x(1+x)^2 - \frac{1}{2}(1+x^2)(1+x) + \frac{1}{2}(1+x^2)$ எனக் காட்டுக.

அதிலிருந்து $\int \frac{x^2}{(1+x^2)(1+x)^2}\,dx = \frac{1}{2}\left[\ln\left|\frac{\lambda\sqrt{1+x^2}}{(1+x)}\right| - \frac{1}{(1+x)}\right]$ என காட்டலாம் என நிறுவுக.

இங்கு λ மெய் ஒருமையாகும்.

(c).பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி

$\int_1^{3^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{1}{x^3}\right) \tan^{-1}\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$ இனைத் தொகையீட்டுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

16' $A \equiv (2,1)$ புள்ளியினூடாகச் செல்லும் m படித்திறன் உள்ள $l = 0$ நேர்கோட்டின் மீதுள்ள யாதேனும் புள்ளி P ஆனது $P \equiv [(2+t),(1+mt)]$ எனும் பரமான வடிவத்தில் எழுதப்படலாம் எனக் காட்டுக.

இங்கு t என்பது பரமானம் $t\varepsilon\mathbb{R}$.

பக்கமொன்றின் நீளம் 4 அலகுகளும் $A \equiv (2,1)$ ஆகவும் ABCD இடஞ்சுழியாகவும் எடுக்கப்பட்ட சாய்சதுரம் முழுவதும் முதலாம் கால்வட்டத்தினுள் அமைந்திருப்பதோடு பக்கம் AB ஆனது OX அச்சுக்குச் சமாந்தரமாகவும் உள்ளது. மேலும் $B\hat{A}D = \frac{\pi}{3}$ ஆகும்.

(i) மேலுள்ள கேத்திரகணித வகைக்குறிப்பைப் பயன்படுத்தி சாய்சதுரம் $ABCD$ இன் B,D உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. C உச்சியின் ஆள்கூறுகளையும் பெறுக.

(ii) மேலுள்ள அதே கேத்திரகணிதப் பேறைப் பயன்படுத்தி AC மூலைவிட்டத்தின் படித்திறனைக் கண்டு AC. BD மூலைவிட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(iii) முறையே AB, BC பக்கங்களை விட்டங்களாகக் கொண்ட $S_1 = 0, S_2 = 0$ என்ற இரண்டு வட்டங்களினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

S_1, S_2 வட்டங்கள் நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுகின்றனவா? உமது விடைக்கான காரணத்தை எழுதுக.

(iv) சாய்சதுரத்தின் மையத்தினூடாகச் செல்வதும் AB பக்கத்துக்குச் சமாந்தரமான கோட்டின் மீது மையத்தைக் கொண்டதுமான S_0 வட்டம் S_1 வட்டத்தை நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுகிறது.

$S_0 \equiv x^2 + y^2 + 2\lambda x - 2(1+\sqrt{3})y + (2\sqrt{3} - 11 - 8\lambda) = 0 \ (\lambda \epsilon \mathbb{R})$ என எழுதமுடியும் எனக் காட்டுக.

S_0 இன் ஆரை $\sqrt{35}$ அலகுகள் எனின் S_0 இற்கு இரண்டு நிலைகள் உண்டு எனக் காட்டி அவற்றின் சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

17' (a). $\sin A$, $\sin B$, $\cos A$, $\cos B$ ஆகிய உறுப்புக்களில் $\cos(A+B)$ இனை எழுதுக. A,B என்பவற்றைப் பொருத்தமானவாறு தெரிவு செய்து $\text{Cos}\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\text{Sin }\theta$ எனப் பெறுக.

அதிலிருந்து $\text{Sin } 110^0 = -\text{Cos } 200^0$ எனவும் $Cos\ 110^0 = -Sin\ 20^0$ எனவும் காட்டி

$\text{Tan } 110^0 + \text{Cot } 20^0 = 0$

என்பதை உய்த்தறிக.

(b). $\text{Cos } 4\theta - \text{Cos } 2\theta = 8\text{Cos}^4\theta - 10\text{Cos}^2\theta + 2$ எனக் காட்டுக.

அதிலிருந்து $\text{Cos}\,4\theta = \text{Cos}\,2\theta$ சமன்பாட்டைத் திருப்தி செய்யுமாறு $\text{Cos}\,\theta$ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(c). ABC முக்கோணியில் A,B உச்சிகளிலிருந்து எதிர்ப்பக்கங்களுக்கு வரையப்பட்ட இடையங்கள் முறையே AD,BE ஆகும் AD, BE கோடுகள் G இல் செங்குத்தாகச் சந்திக்கின்றன. மேலும் வழக்கமான குறிப்பீடுகளில் $a = 4cm, b = 3cm$ ஆகும். பொருத்தமானவாறு தெரிவு செய்யப்பட்ட முக்கோணிகளுக்கு கோசைன் விதியைப் பயன்படுத்தி $A\hat{C}B = \cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$ எனக் காட்டுக.

(d) $tan^{-1}(x+1) + tan^{-1}(x-2) = tan^{-1}(2)$ என்ற சமன்பாட்டைக் கருதுக. இதிலிருந்து ஒ ஐத் திருப்தி செய்யும் சமன்பாட்டைப் பெறுக.

இதிலிருந்து, மேற்படி சமன்பாட்டுக்குப் பொருத்தமான தீர்வுகளை எழுதுக.

***

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / /All Rights Reserved]

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අ
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education M

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

க.பொ.த (உ.த) உதவிக் கருத்தரங்கு - 2022

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தை வினாத்தாளை வாசித்து வினாக்களைத் தெரிவு செய்வதற்கும், விடைகளை எழுதும்போது முன்னுரிமை அளிக்கும் வினாக்களை ஒழுங்குபடுத்திக்கொள்வதற்கும் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்

★ இவ்வினாத்தாள் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
பகுதி A (வினாக்கள் 1 – 10) மற்றும் **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 – 17)

★ **பகுதி A**
அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடை தருக. ஒவவொரு வினாவிற்கும் விடைகளை தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படின் எழுதும் தாள்களைப் பயன்படுத்துக.

★ **பகுதி B**
யாதாயினும் ஐந்து வினாக்களுக்கு விடை தருக. துரப்பட்டுள்ள தாள்களில் விடை எழுதுக.

★ உரிய நேரம் முடிவடைந்த பின்,பகுதி A இன் விடைத் தாள்களை பகுதி B இன் விடைத் தாள்களுக்கு மேலே இருக்குக்குமாறு இரு பகுதிகளையும் இணைத்து பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் ஒப்படைக்க.

★ இவ் வினாத்தாளின் **பகுதி – B** மட்டும் பரீடசை மண்டபத்துக்கு வெளியே எடுத்துச்செல்ல அனுமதிக்கப்படும்;.

★ **g என்பது புவியீர்ப்பு ஆர்முடுகல் ஆகும்.**

பரீட்சகரின் உபயோகத்துக்கு

(10) இணைந்த **கணிதம் 11**

பகுதி	வினா இலக்கம்	புள்ளிகள்
A	**01**	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
B	**11**	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		

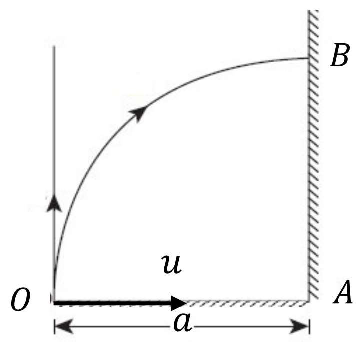
	மொத்தம்
இலக்கத்தில்	
சொற்களில்	

	குறியீட்டு எண்
புள்ளியிடும் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்	1.
	2.
மேற்பார்வை செய்தவர	

பகுதி A

1. A,B என்ற இரு துணிக்கைகளுக்கிடையில் மீளமைவுக்குணகம் e ($0 < e < 1$) உம், அவற்றின் திணிவுகள் முறையே m, em உம் ஆகும். அவை ஒரே நேர்கோட்டின் வழியே முறையே u, eu சீரான வேகங்களுடன் ஒரே திசையில் இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. மோதுகையின் பின்னர் B இன் வேகம் e ஐச் சாராதது எனக்காட்டுக. மோதுகையினால் B ஆனது A இன் மீது $\frac{6}{25}mu$ பருமனைக்கொண்ட கணத்தாக்கை ஏற்படுத்துகிறதெனின் e இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

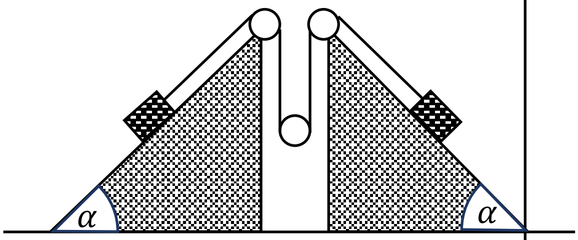
2. உருவில் காட்டியவாறு கிடைத் தளமொன்றின் மீதுள்ள புள்ளி O இலிருந்து முறையே u, $\sqrt{3}u$ என்ற கிடை, நிலைக்குத்து வேகக் கூறுகளுடன் துணிக்கையொன்று எறியப்படுகிறது. துணிக்கை அதன் அதியுயர் புள்ளியில் O இலிருந்து a கிடைத்தூரத்தில் அமைந்துள்ள நிலைக்குத்துச்சுவர் AB இனை B இல் அடித்துப்பின்னதைக்கிறது. சுவர், துணிக்கை என்பவற்றுக்கிடையிலான மீளமைவு குணகம் $\frac{1}{2}$ எனின்



(i) துணிக்கை மீண்டும் OA தளத்தின் மீது படுவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தை காண்க.

(ii) துணிக்கை OA தளத்தின் மீது படும் புள்ளிக்கு A இலிருந்து உள்ள தூரத்தைக் காண்க.

3. உருவில் காட்டியவாறு $m_1, m_2,$ திணிவுள்ள இரு துணிக்கைகள் நிலைத்த இரு ஒப்பமான ஆப்புகளின் சாய்வான முகங்களின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளன. m_1 துணிக்கைக்கு இணைக்கப்பட்ட இலேசான நீட்டமுடியாத இழையொன்று நிலைத்த ஒப்பமான கப்பியொன்றின் மீது செலுத்தப்பட்டு M திணிவுடைய சுயாதீன ஒப்பமான இயங்கு கப்பியின் கீழ் சென்று மீண்டும் நிலைத்த ஒப்பமான கப்பியொன்றின் மீது சென்று m_2 துணிக்கையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கைகளும் இழையின் பகுதிகளும் நிலைக்குத்து தளமொன்றில் அமைகின்றன. இழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்கள், இழையின் இழுவை என்பவற்றைக் காண்பதற்குப் போதுமான சமன்பாடுகளை எழுதுக. இரு ஆப்புகளினதும் சாய்வான முகங்களின் சாய்வு கிடையுடன் α ஆகும்.



……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……

4. திணிவு 2 மெற்றிக்தொன் உடைய மோட்டார் வண்டி கிடையுடன் சாய்வு $\sin^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$ ஆகவுள்ள நேரான பாதை வழியே $32kmh^{-1}$ ஒருமை வேகத்துடன் அதியுயர் சரிவுக்கோடுவழியே மேல்நோக்கி இயங்குகிறது. இயக்கத்துக்கான மாறாத் தடை 400N எனின் வண்டியின் வலுவை கிலோவாற்றில் கணிக்க.
இம்மோட்டார் வண்டி அதே வலுவுடன் அதே தடைவிசைக்கு எதிராக கிடைப்பாதையொன்றில் இயங்குகிறது. வண்டியின் வேகம் $32kmh^{-1}$ ஆகும் போது அதன் ஆர்முடுகலைக் கணிக்க. ($g = 10\, m\, s^{-2}$)

……
……
……
……
……
……
……
……

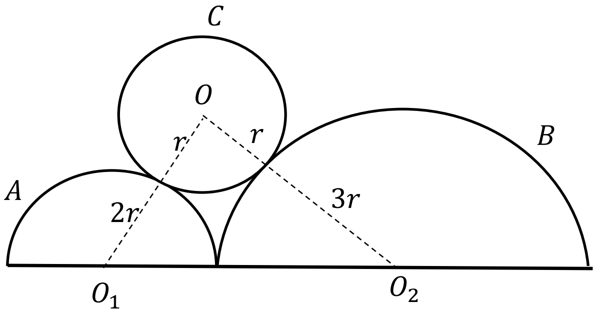
5. a நீளமுள்ள இலேசான நீட்டமுடியாத இழையொன்றின் ஒரு நுனி O நிலைத்த புள்ளியொன்றுடன் இணைக்கப்பட்டு மற்றைய நுனியுடன் m திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. O உடன் ஒரே கிடைமட்டத்தில் $\frac{a}{2}$ தூரத்திலுள்ள புள்ளியில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. இழை இறுக்கமடையும் கணத்தின் பின் துணிக்கையின் வேகத்தைக் கணிக்க. பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில் இழை நிலைக்குத்தாகும் போது துணிக்கையின் வேகத்தை துணிவதற்கு ஒரு சமன்பாட்டை சக்திக்காப்பு விதியியைப் பயன்புடத்தி எழுதுக.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

6. O உற்பத்திப் புள்ளி குறித்து A,B இரு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $x\underline{i} + y\underline{j}$, $-2y\underline{i} + 2x\underline{j}$ ஆகும். கோடு AB இனை $AC : CB = 1:2$ விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி C இன் தானக் காவியைக் காண்க. OC இற்கும் OY அச்சுக்கும் இடையிலான கோணம் 60° எனின் $x^2 + y^2 + 4xy = 0$ எனக் காட்டுக.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

7. உருவில் காட்டியவாறு ஆரைகள் முறையே 2r , 3r உடைய A , B என்னும் இரு அரைக்கோளங்கள் மீது r ஆரையும் m திணிவும் உடைய ஒப்பமான கோளம் C வைக்கப்பட்டு தொகுதி சமநிலையில் உள்ளது. O, O_1, O_2 என்பன ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தின் மீது உள்ளன. கோளம் C இன்மீது A ,B அரைக்கோளங்களினால் வழங்கப்படும் மறுதாக்கங்களைக் காண்க.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

08. திணிவுமையம் A இலிருந்து $2 : 1$ ஆகவுள்ள கோல் AB ஆனது முனை A கரடான கிடைத் தரையின் மீதும் முனை B ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கு எதிரேயும் அமையுமாறு கோல் நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் எல்லைச்சமநிலையில் உள்ளது. கோல் கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம் θ ஆகவும் தரைக்கும் கோலுக்குமிடையில் உராய்வு குணகம் μ ஆகவும் இருப்பின் $\tan\theta$ இனை μ இல் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

09. A, B என்பன பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களைத் திருப்தி செய்யும் இரு நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

(i) A மட்டும் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.2

(ii) B மட்டும் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.1

(iii) A அல்லது B இல் எதுவும் நிகழாதிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.6

$P(A/B) = \frac{1}{2}$ ஏனக்காட்டுக.

10. பத்து மெய்யெண்களின் இடை 9.4 ஆகும். மெய்யெண் K இலிருந்து அவ் எண்களுக்கான விலகல்கள் பின்வருமாறு உள்ளன. $d_2 = -5, -2, -1, -1, -1, 0, 1, 1, 2, 6$

பத்து எண்களினதும் இடையம், மாறற்றிறன் என்பவற்றை காண்க.

Part - B

Answer Only 5 Questions,

11 (a)

A என்ற புகையிரத நிலையத்திலிருந்து $u\,km\,h^{-1}$ வேகத்துடன் இயங்க ஆரம்பிக்கும் P என்ற புகையிரதமும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் அரை மணி நேரம் பயணித்து மேலும் ஒரு மணிநேரம் சீரான அமுர்முடுகல் $f\,km\,h^{-2}$ உடன் பயணம்செய்து நிலையம் B இல் ஓய்வடைகிறது. P என்ற புகையிரதம், நிலையம் B இனை அடையும் அதே கணம் Q என்ற மற்றொரு புகையிரதம் நிலையம் B இலிருந்து A ஐ நோக்கி ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு P ன் அதே சீரான ஆர்முதுகலுடன் அரை மணி நேரம் இயங்கிப் பெறும் வேகத்துடன் நிலையம் A இல் நிறுத்தாமல் செல்கிறது.

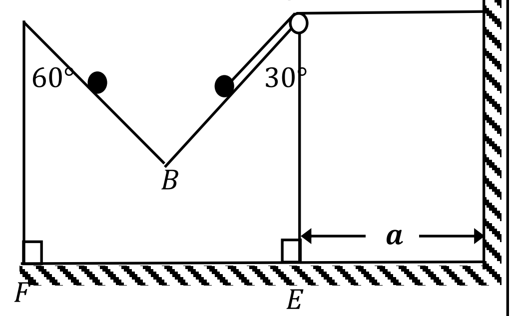
P, Q என்பவற்றின் வேகங்களுக்குரிய வேகநேர வரைபை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

அதிலிருந்து P புகையிரதத்தின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

Q புகையிரதம் தனது இயக்கத்தை ஆரம்பித்து $\frac{f}{f-u}\,h$நேரத்தின் பின் A நிலையத்தைக் கடந்து செல்லும் எனக்காட்டுக.

(b) கப்பல் S புவிதொடர்பாக $u\,\mathrm{km}h^{-1}$ சீரான வேகத்துடன் வடக்கு நோக்கி செல்கிறது. குறித்த கணத்தில் S இலிருந்து $d\,\mathrm{km}$ தூரத்தில் மேற்கே வள்ளம் A உம், $2d\,\mathrm{km}$ தூரத்தில் கிழக்கில் வள்ளம் B உம் காணப்படுகின்றன. A வள்ளம் புவிதொடர்பாக $\frac{3u}{2}kmh^{-1}$ சீரான வேகத்துடன் நேர்கோட்டுப் பாதை வழியே கப்பல் S இனை பிடிக்கும் நோக்கில் பயணம் செய்கிறது. அதேவேளை வள்ளம் B ஆனது புவி தொடர்பாக $2u\,\mathrm{km}h^{-1}$ சீரான வேகத்துடன் நேர்கோட்டுப்பாதைவழியே கப்பல் S இனை பிடிக்கும் நோக்கில் பயணம் செய்கிறது. A,B வள்ளங்களின் இயக்கங்களுக்கான வேகமுக்கோணிகளை வேறாக வரைவதன் மூலம் முதலில் கப்பலை பிடிப்பது எந்த வள்ளம் எனக் காண்க.

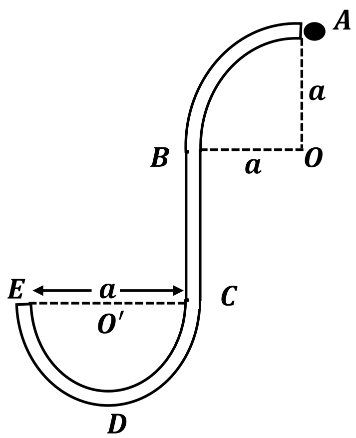
12 (a). உருவில் காட்டப்படுவது ஒப்பமான கிடைத் தரையின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ள M திணிவுடைய ஒப்பமான சீரான ஆப்பொன்றின் ஈர்வை மையத்தினூடான சுவருக்குச் செங்குத்தான நிலைக்குத்து குறுக்குவெட்டாகும். AB, BC என்பன உயர் சரிவுக்கோடுகள் ஆகும். D என்பது ஆப்பிலிருந்து a தூரத்தில் அமைந்துள்ள நிலைக்குத்து சுவரின் மீது A,C உடன் ஒரே கிடைமட்டத்தில் அமைந்துள்ள ஓர் புள்ளியாகும். C இல் அமைந்துள்ள



நிலைத்த ஒப்பமான கப்பியொன்றின் மீது செல்லும் நீட்டமுடியாத இலேசான இழையொன்றின்

ஒரு நுனி 2m திணிவுள்ள துணிக்கைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளதோடு, மற்றைய நுனி சுவரில் அமைந்துள்ள நிலைத்த D புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய மற்றுமொரு துணிக்கை AB முகத்தின் மீது பிடித்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவில் காட்டியவாறு இழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. இரு துணிக்கைகளில் ஒன்றாவது B ஐ அடையும் முன்னதாக ஆப்பு சுவரை அடையுமாயின் சுவரை அடைவதற்கு எடுக்கும் காலத்தைத் துணிவதற்கு போதுமான சமன்பாடுகளை எழுதுக.

(b) உருவில் காட்டியவாறு $ABCDE$ ஒப்பமான மெல்லிய குழாயொன்று நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. AB பகுதி O மையமும் a ஆரையும் கொண்ட வட்டமொன்றின் $A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$ ஆகுமாறுள்ள வட்டவில்லாகும். BC ஆனது நீளம் a ஆகவுள்ள நிலைக்குத்துப் பகுதியொன்றாகும். CDE என்பது a விட்டத்தையுடைய அரைவட்டப்பகுதியாகும். M திணிவுள்ள p துணிக்கை A இல் வைக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து குழாயினுள் மெதுவாக விடப்படுகிறது.



i. A இலிருந்து B வரையான துணிக்கை P இன் இயக்கத்தில் OA உடன் θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) கோணத்தை $\overrightarrow{OP}$ ஆக்கும் போது அதன் வேகம் v ஆயின் $v^2 = 2ga(1 - \cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

ii. துணிக்கை P இன் மீது குழாயின் மூலம் ஏற்படுத்தப்படும் செவ்வன் மறுதாக்கம் R எனின் R ஐக் காண்க.

மேலும் θ இன் பெறுமானம் $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ இல் R இன் திசை எதிர்மறையாகும் எனக் காட்டுக.

iii. E இல் துணிக்கையின் வேகத்தைக் கண்டு செவ்வன் மறுதாக்கம் 8mg எனக் காட்டுக.

13(a). A,B,C,D,E,F என்பன ஓர் ஒப்பமான மேசையின் மீது $AB = BC = CD = DE = l$ உம் $EF = 2l$ உம் ஆகுமாறு ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்துள்ள ஆறு புள்ளிகளாகும். $4l$ நீளமுள்ள இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் மூலம் A, F புள்ளிகள் இணைக்கப்பட்டு m திணிவுடைய P துணிக்கையொன்று D இல் இழைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை B இற்கு இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கை A இலிருந்து E இன் திசையில் x $(l \leq x \leq 2l)$ தூரம் இடம்பெயர்ந்த கணத்தில் துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடு $\ddot{x} + \frac{\lambda}{2ml}(x - 4l) = 0$ என்பதன் மூலம் தரப்படும் எனக் காட்டுக. இங்கு λ என்பது இழையின் மீள்தன்மை மட்டு ஆகும்.

(i) $X = x - 4l$ என எடுப்பதன் மூலம் $\ddot{X} + \frac{\lambda}{2ml}X = 0$ எனக் காட்டுக.

இயக்கம் ஆரம்பித்த கணத்திலிருந்து மேற்படி சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் $X = \alpha\cos(\omega t) + \beta\ \sin(\omega t)$ வடிவில் காணப்படும் என எடுத்துக்கொண்டு α, β, ω ஆகிய ஒருமைகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து துணிக்கை $\sqrt{\frac{2lm}{\lambda}}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ நேரத்தின் பின் $\sqrt{\frac{5\lambda l}{2m}}$ வேகத்துடன் புள்ளி C இனை கடக்கும் எனக் காட்டுக.

(ii) $2l \leq x \leq 4l$ இற்கு Yஇனைப்பொருத்தமானவாறு தெரிவுசெய்து துணிக்கையின் இயக்கசமன்பாடு $\ddot{Y} + \frac{\lambda}{ml}Y = 0$ என்பதால் தரப்படும் எனக் காட்டுக. மேற்படி சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் $Y = \alpha' \cos\big(\omega'(t - t_0)\big) + \beta' \sin\big(\omega'(t - t_0)\big)$ வடிவில் இருக்கும் என எடுத்து α', β', ω' ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க. இங்கு $t_0 = \sqrt{\frac{2lm}{\lambda}}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ ஆகும்.

(iii) ஆரம்பத்திலிருந்து துணிக்கை P ஆனது புள்ளி E வரை செல்வதற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரம் $2\sqrt{\frac{l}{m}}\left\{\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ எனக் காட்டுக.

14 (a) O என்ற புள்ளி குறித்து $P,\ Q$ புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}$ ஆகும். $OL : LP = 3:4$ ஆகுமாறு L என்பது OP இன் மீதுள்ள புள்ளியும், $ON : NQ = 5:2$ ஆகுமாறு N என்பது OQ இன் மீதுள்ள புள்ளியும் ஆகும். PN , QL கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளி M எனின், $\overrightarrow{OM} = \boldsymbol{q} + \lambda(3\boldsymbol{p} - 7\boldsymbol{q})$ எனக் காட்டுக. இங்கு λ என்பது எண்ணி ஆகும்.

(b) OXY தளத்தில் உற்பத்தி O குறித்து மூன்று விசைகளைக் கொண்ட ஒருதள விசைத் தொகுதி கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

புள்ளி	தானக்காவி	விசை
A	$3a\,\boldsymbol{i} + 2a\,\boldsymbol{j}$	$4P\,\boldsymbol{i} + 3P\,\boldsymbol{j}$
B	$-a\,\boldsymbol{i}$	$-P\,\boldsymbol{i} + 4P\,\boldsymbol{j}$
C	$-a\,\boldsymbol{j}$	$5P\,\boldsymbol{i} - P\,\boldsymbol{j}$

இங்கு $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ என்பன OX, OY அச்சுக்கள் வழியே உள்ள அலகுக்காவிகளும், P,a என்பன முறையே நியூட்டன், மீற்றர் ஆகியவற்றில் அளக்கப்பட்ட நேர்க் கணியங்களாகும். தொகுதியானது 10P N தனிவிசைக்கு ஒடுங்கும் எனக் காட்டி, தனி விசையின் திசையையும் தாக்கக்கோட்டின் ~~சமன்பாட்டையும் காண்க. தனிவிசையின் தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க.~~

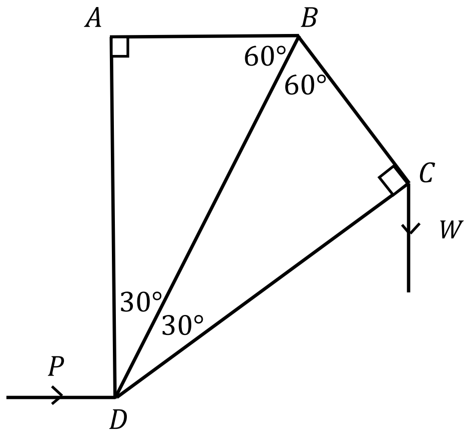
தனி விசையின் தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டை $4y = 3x + 6a$ என்றவாறு மாற்றுவதற்கு தொகுதிக்கு சேர்க்க வேண்டிய இணையின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

15

(a) AB, BC, AC ஆகிய சீரான மூன்று கோல்கள் ABC சமபக்க முக்கோணியை அமைக்கும் வகையில் அவற்றின் முனைகள் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. AB,BC ஒவ்வொரு கோலினதும் நிறை W ஆகும். AC கோலின் நிறை 2W ஆகும். சட்டப்படல் மூட்டு A இல் சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. AC கோல் நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்குகின்றது. $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$ எனக்காட்டுக.

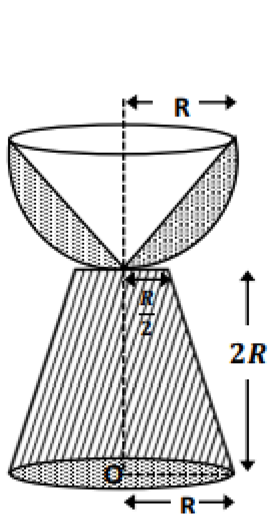
மூட்டு B இல் மறுதாக்கத்தை காண்பதற்குப் போதுமான சமன்பாடுகளை θ சார்பில் காண்க.

(b) AB, BC, CD, DA, BD என்னும் ஐந்து இலேசான கோல்கள் அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு உருவில் காட்டப்பட்டவாறான சட்டப்படல் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு $AB = BC, AD = CD, A\hat{D}B = C\hat{D}B = 30^0$,
$A\hat{B}D = C\hat{B}D = 60^0$ ஆகும். சட்டப்படல் A இல் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளதோடு C இல் W சுமையொன்று தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. D இல் பிரயோகிக்கப்படும் கிடைவிசை P இன் மூலம் AB கிடையாகவும் AD நிலைக்குத்தாகவும் இருக்குமாறு சட்டப்படல் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் சமநிலையில் உள்ளது. போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி C, B, D மூட்டுக்களுக்கான தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து அதிலிருந்து



i. கோல்களிலுள்ள தகைப்புக்களைக் கண்டு, அவை இழுவையா அல்லது உதைப்பா என வேறாக்குக.
ii. விசை P இன் பருமனையும் மூட்டு A இல் மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

16 (i) a ஆரையுள்ள சீரான திண்ம அரைக்கோளத்தின் திணிவு மையம் , மையத்திலிருந்து $\frac{3}{8}a$ தூரத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.

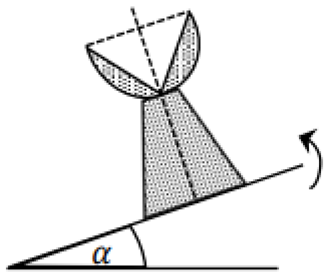


(ii) h உயரமுள்ள செவ்வட்ட திண்மக் கூம்பொன்றின் திணிவு மையம், அதன் அடியிலிருந்து $\frac{h}{4}$ தூரத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.

(iii) உருவில் காட்டியவாறு மேல் மற்றும் கீழ் விளிம்புகளின் ஆரைகள் முறையே R , $\frac{R}{2}$ ஆகவும், உயரம் $2R$ ஆகவும் உள்ள திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பு அடித்துண்டத்தின் வடிவத்தைக் கொண்ட சீரான குற்றி

ஒன்றும், R ஆரையுள்ள திண்ம அரைக் கோளமொன்றிலிருந்து R ஆரையும் R உயரமும் உள்ள செவ்வட்டத் திண்மக் கூம்புப் பகுதி குடைந்து அகற்றப்படுகின்றது. பெறப்படும் அரைக்கோளத் தாச்சியும் அவற்றின் அச்சுகள் நிலைக்குத்தாகவும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமாறும் விறைப்பாக இணைப்பதன் மூலம் சாடி வடிவில் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. கூம்பு அடித்துண்டமும் அரைக்கோளத் தாச்சியும் அலகு கனவளவுதிணிவு σ ஆகவுள்ள ஒரே திரவியத்தால் ஆக்கப்பட்டுள்ளன. சாடியின் திணிவுமையத்துக்கு O இலிருந்து உள்ள தூரம் $\frac{7R}{6}$ எனக் காட்டுக.

உருவில் காட்டப்பட்டது போல் சாடியின் வட்ட வடிவமான கீழ் முகம் உயர் சரிவுக் போட்டைத் தொடுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. இப்போது தளம் மெதுவாக மேல் நோக்கிச் சரிக்கப்படுகின்றது. சாடி சமநிலையில் காணப்படும் எனின், $\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$ ஆகவும், $\mu \geq \tan\alpha$ ஆகவும் இருக்கும் எனக் காட்டுக. இங்கு என்பது சாடிக்கும் சாய்தளத்திற்கும் இடையிலுள்ள உராய்வுக் குணகமாகும்.



17. (a) மின்குமிழ் உற்பத்தி நிலையமொன்றில் A, B, C எனத் தரப்படுத்தியுள்ள ஒத்த தோற்றமுடைய மின்குமிழ்களைக் கொண்ட பெட்டிகள் $1 : 2 : 2$ என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. இப் பெட்டிகளில் குறைபாடற்ற மற்றும் குறைபாடு உள்ள மின்குமிழ்கள் என இரண்டு வகைகள் உண்டு. A, B, C தரங்கள் ஒவ்வொரு வகையிலும் குறைபாடு உள்ள மின்குமிழ்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $0.00, 0.10, 0.20$ ஆகும். எழுமாறாக ஒரு பெட்டி தெரிவு செய்யப்பட்டு அதிலிருந்து இரண்டு மின்குமிழ்கள் எழுமாறாகத் தெரிவு செய்யப்பட்டுப் பரீட்சிக்கப்படுகின்றன.

(i) தெரிவு செய்யப்பட்ட இரண்டு மின்குமிழ்களும் குறைபாடற்றவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை காண்க.

(ii) பரீட்சிக்கப்பட்ட இரண்டு மின்குமிழ்களும் குறைபாடற்ற மின்குமிழ்கள் எனின், அவை ட தரத்திலான பெட்டிகளிலிருந்து பெறப்பட்டவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை காண்க.

(b) பரீட்சையொன்றுக்குத் தோற்றிச் சித்தியடைந்த 70 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலொன்றின் வகுப்புப் புள்ளி மற்றும் மீடிறன் என்பன தரப்பட்டுள்ளன. சித்தியடைவதற்கான புள்ளி 35 ஆகும்.

வகுப்புப் புள்ளி	மீடிறன்
35	05
45	10
55	15
65	30
75	05
85	05

$y_i = \frac{1}{10}(x_i - 55)$ என்ற உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி இப் புள்ளிப் பரம்பலின் இடையையும் மாறற்றிறனையும் மதிப்பிடுக. இப் பரீட்சைக்குத் தோற்றிய மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 100 ஆவதோடு பெற்ற புள்ளிகளின் இடையும் நியமவிலகலும் முறையே 48, 21.5 எனத் தரப்பட்டுள்ளன. சித்தியடையாத 30 மாணவர்களின் இடையையும் நியமவிலகலையும் காண்க.

***